

# Análisis Numérico de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

## Tarea IV

Daniel Castañón Quiroz\*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Cd. de México, México

May 14, 2024

### 1 Instrucciones generales

Todo los problemas en Matlab se deberán entregar en archivos diferentes con extensión .m. Por ejemplo el problema 1 deberá estar en el archivo `Problema_1.m`, etc.

### 2 Problemas en Matlab

En este problema se pide programar un método numérico en particular para un problema en particular. Adicionalmente, el programa debe ser capaz de obtener la norma  $L^2(\Omega)$  en el tiempo final y la tasa de convergencia del método. Para ello utilizar un número de subintervalos en el tiempo  $N_t = 10, 20, 40, 80, 160$ . Se recomienda tomar como partida de referencia el programa **Matlab #2** que esta en el website del curso. El único output del programa deber ser una tabla de la forma:

`[Nt_vec' err_L2' err_rate']`,

donde `Nt_vec` es el número de subintervalos que divide al intervalo global en el tiempo para cada problema, `err_L2` es la norma  $L^2(\Omega)$  calculada en el tiempo final, y `err_rate` es la tasa de convergencia.

1. Aproximar numéricamente utilizando los elementos finitos de Lagrange de **primer orden** y el método de Euler implícito en el tiempo, la solución débil del siguiente problema con condición inicial y valores en la frontera:

$$\frac{du}{dt} - \frac{d^2u}{dx^2} = f(x, t) \quad \text{en } \Omega \times (0, 1), \quad (1a)$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad \text{para } t \in (0, 1), \quad (1b)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad (1c)$$

donde  $\Omega := (0, 1)$  y  $f(x, t) := 2\pi \sin(2\pi x)(2\pi \cos(2\pi t) - \sin(2\pi t))$ . Verificar que  $u(x, t) = \sin(2\pi x) \cos(2\pi t)$  es la solución del problema (1). Obtener entonces la tasa de convergencia para el error  $e(T) := u_h(T) - u(T)$ , donde  $T$  es el tiempo final, es decir  $T = 1$ , en la norma  $L^2(\Omega)$  para  $N_x = 100$ , donde  $N_x$  es el número de subintervalos que dividen a  $\Omega$ , y siguiendo las instrucciones escritas al inicio de esta sección.

---

\*[daniel.castanon@iimas.unam.mx](mailto:daniel.castanon@iimas.unam.mx)