

# Introducción a los Elementos Finitos

## Tarea II

Daniel Castañón Quiroz\*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Cd. de México, México

September 27, 2023

### 1 Instrucciones

Todo los problemas se deberán entregar en archivos diferentes con extensión .m. Por ejemplo el problema 1 deberá estar en el archivo Problema\_1.m, etc. Dentro de cada archivo se deberá poner el nombre del estudiante y su correo electrónico.

### 2 Problemas Básicos en Matlab

1. (1 punto) Se define el vector  $v = [5 \ 4 \ 3 \ 2]$ . Utiliza aritmética vectorial en Matlab para crear los siguientes vectores:

(a)  $a = [\frac{1}{5+5} \ \frac{1}{4+4} \ \frac{1}{3+3} \ \frac{1}{2+2}]$

(b)  $b = [5^5 \ 4^4 \ 3^3 \ 2^2]$

(c)  $c = [\frac{5^2}{5^5} \ \frac{4^2}{4^4} \ \frac{3^2}{3^3} \ \frac{2^2}{2^2}]$

2. (1 punto) Utilizar Matlab para comprobar que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6},$$

para ello calcula la suma para los valores  $n \in \{5, 50, 5000\}$ .

3. (1 punto) Resolver el ejercicio 13 del libro de Matlab de Gilat de la sección 6.8.
4. (2 puntos) Resolver el ejercicio 25 del libro de Matlab de Gilat de la sección 6.8.

### 3 Problemas de Elementos Finitos en Matlab

1. (4 puntos) Aproximar numéricamente utilizando los elementos finitos de Lagrange de **primer orden** la solución débil del siguiente problema con valores en la frontera:

$$-\frac{d^2u}{dx^2} = f(x) \quad \text{en } D := (0, 1), \quad (1a)$$

$$u(0) = u(1) = 0, \quad (1b)$$

donde  $f(x) = (4\pi)^2 \sin(4\pi x)$ . Observar que  $u(x) = \sin(4\pi x)$  es la solución del problema (1). Obtener entonces la tasa de convergencia para el error  $e := u_h - u$  en las normas  $L^2(D)$  y la

---

\*[daniel.castanon@iimas.unam.mx](mailto:daniel.castanon@iimas.unam.mx)

norma de la energía  $\|\cdot\|_E$  para  $N \in \{10, 20, 40, 80, 160\}$  donde  $N$  es el número de subintervalos que dividen a  $D$ . Se puede utilizar el hecho de que la malla es uniforme, y por lo tanto el cálculo de las integrales en la matriz de difusión local puede hacerse de manera analítica. Sin embargo, el cálculo de las integrales del vector de la derecha  $\mathbf{f}$  del sistema lineal **debe** hacerse con integración numérica utilizando la regla de Simpson. Así mismo, **el único output del programa** deber ser una tabla de la forma:

```
[N_vec' L2_enorm' L2_erate' H1_enorm' H1_erate']
```

donde  $N\_vec$  es el vector que contiene en cada entrada el número de subintervalos que divide al intervalo global para cada problema,  $L2\_enorm$  el vector que contiene en cada entrada el error en la norma  $L^2$ ,  $L2\_erate$  el vector que contiene en cada entrada la tasa de convergencia de la norma  $L^2$ , y así similarmente para los vectores  $H1\_enorm$  y  $H1\_erate$ . [Se puede tomar como referencia el script de matlab número 8 que esta en el website del curso.](#)