

Introducción a la Práctica de los Elementos Finitos

Licenciatura en Ciencias Matemáticas

Daniel Castañón Quiroz*¹

¹Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Cd. de México, México

August 9, 2023

1 Objetivos del curso

En este curso el alumno(a) aprenderá los conceptos básicos de los elementos finitos para resolver ecuaciones diferenciales parciales (EDPs) de tipo elíptico y mixtas, las cuales modelan varios fenómenos de la ciencia aplicada como son el flujo de calor y el movimiento de fluidos incompresibles. El curso dará énfasis tanto a la teoría (de forma introductoria) y a la práctica. Asimismo, a lo largo del curso el alumno(a) aprenderá a programar y utilizar el software Matlab para la resolución de las EDPs antes mencionadas.

Al final del curso, a los mejores alumnos se les propondrá un proyecto de tesis, en el cual se incluirá una beca, para desarrollar a más profundidad unos de los temas relacionados con el curso.

2 Requisitos del curso

- Indispensables: Cálculo diferencial e integral en varias variables y conceptos básicos de ecuaciones diferenciales parciales.
- Deseables: Métodos numéricos. Fundamentos de programación.

3 Horarios

- Clases: 15:00–16:00. Lunes, Miércoles y Viernes. Formato: Presencial. Facultad de Ciencias. Salón: P207.
- Ayudantías: 15:00–16:00. Martes y Jueves. Formato: Presencial. Facultad de Ciencias. Salón: P207.

4 Temario

1. Introducción y Requisitos

- (a) Presentación y motivación del método de los elementos finitos.
- (b) Repaso de la integral de Lebesgue y nociones de los espacios de Sobolev.
- (c) Repaso de Análisis funcional. Formulación variacional de algunas EDPs.
- (d) Fundamentos de programación en Matlab.

2. Conceptos de Elementos Finitos (EFs)

*daniel.castanon@iimas.unam.mx

- (a) Nociones básicas de los elementos finitos. Definición de tríada de un elemento finito según Ciarlet.
- (b) Elementos finitos y su cálculo diferencial en mallas simpliciales y rectangulares.
- (c) Orientación de mallas. Interpolación local y global. Desigualdades inversas.
- (d) Elementos finitos conformes y no conformes.
- (e) Elemento finito para el espacio **Hdiv**.
- (f) Programación e implementación de EFs locales en Matlab.

3. Aproximación de EDPs elípticas utilizando Elementos Finitos

- (a) Formulaciones débiles, existencia y unicidad. Teoremas de Lax-Milgram. Aproximación de Galerkin. Crímenes variacionales.
- (b) Solución numérica usando EFs para la ecuación de Poisson y la ecuación de convección difusión.
- (c) Programación e implementación de EFs para la solución de EDPs en Matlab.

4. Problemas Mixtos

- (a) El problema de Stokes. Condiciones inf-sup. Aproximación Mixta. Pares de EFs estables e inestables.
- (b) Programación e implementación de EFs para el problema de Stokes en Matlab.
- (c) El problema de Navier–Stokes.
- (d) Herramientas para la solución numérica para el problema de Navier-Stokes.

5 Bibliografía Básica

1. Elman H., Silvetser D., and Wathen A., *Finite Elements and Fast Iterative Solvers: with Applications in Incompressible Fluid Dynamics*, 2nd ed., Oxford University Press, 2014.
2. Gilat A., *Matlab: An Introduction with Applications*, 6th Edition, Wiley, 2017.

6 Bibliografía Complementaria

1. Ern A., and Guermond J.-L., *Theory and Practice of Finite Elements*, Springer Series in Applied Mathematical Sciences , Vol. 159 (2004) 530 p., Springer-Verlag, New York.