

Introducción a los Elementos Espectrales y a los Elementos Finitos

Licenciatura en Ciencias Matemáticas

Daniel Castañón Quiroz*¹

¹Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Cd. de México, México

December 13, 2024

1 Objetivos del curso

En este curso el alumno(a) aprenderá los conceptos básicos de los elementos espectrales y elementos finitos para resolver ecuaciones diferenciales parciales (EDPs) de tipo elíptico, parabólico y mixtas, las cuales modelan varios fenómenos de la ciencia aplicada como son el flujo de calor y el movimiento de fluidos incompresibles. El curso dará énfasis tanto a la teoría (de forma introductoria) y a la práctica. Asimismo, a lo largo del curso el alumno(a) aprenderá a programar y utilizar el software Matlab para la resolución de las EDPs antes mencionadas.

2 Requisitos del curso

- Indispensables: Cálculo diferencial e integral en varias variables y conceptos básicos de ecuaciones diferenciales parciales.

3 Horarios

- Clases: 15:00–16:00. Lunes, Miércoles y Viernes. Formato: Presencial. Facultad de Ciencias. Salón: Por definir.
- Ayudantías: 15:00–16:00. Martes y Jueves. Formato: Presencial. Facultad de Ciencias. Salón: Por definir.

4 Temario

1. Introducción y Requisitos

- (a) Presentación y motivación del método de los elementos espectrales y elementos finitos.
- (b) Resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales.
- (c) Resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineales.
- (d) Fundamentos de programación en Matlab.

2. Conceptos de los Elementos Espectrales de Fourier

- (a) Transformada continua y discreta Fourier.
- (b) Diferenciación en el espacio físico y en el espacio de frecuencia.

*daniel.castanon@iimas.unam.mx

- (c) Métodos de Fourier-Galerkin.
- (d) Métodos de Fourier por colocación.
- (e) Resolución numérica de ecuaciones parabólicas con condiciones de frontera periódicas.
- (f) Implementación en Matlab.

3. Elementos Finitos (EFs) de Lagrange y aplicaciones

- (a) Ecuación de Poisson y su forma variacional.
- (b) Elementos finitos lineales y cuadráticos de Lagrange.
- (c) Orientación de mallas. Interpolación local y global.
- (d) Resolución de la ecuación de Poisson y el proceso de ensamblado.
- (e) Teoría del error.
- (f) Resolución numérica de la ecuación de calor.
- (g) Implementación en Matlab.

4. Problemas Mixtos

- (a) El problema de Stokes. Condiciones inf-sup. Aproximación Mixta. Pares de EFs estables e inestables.
- (b) Programación e implementación de EFs para el problema de Stokes en Matlab.

5 Bibliografía Básica

1. Shen J., Tang T., and Wang L.-L., *Spectral Methods: Algorithms, Analysis and Applications*, Springer Series in Computational Mathematics 41, Springer-Verlag Berlin, 2011.
2. Elman H., Szyld D., and Wathen A., *Finite Elements and Fast Iterative Solvers: with Applications in Incompressible Fluid Dynamics*, 2nd ed., Oxford University Press, 2014.
3. Gilat A., *Matlab: An Introduction with Applications*, 6th Edition, Wiley, 2017.

6 Bibliografía Complementaria

1. Ern A., and Guermond J.-L., *Theory and Practice of Finite Elements*, Springer Series in Applied Mathematical Sciences, Vol. 159 (2004) 530 p., Springer-Verlag, New York.
2. Hesthaven J. S., Gottlieb S. and Gottlieb D., *Spectral Methods for Time-Dependent Problems*, Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics 21, Cambridge University Press, 2007.